Lehrstuhl für Netzarchitekturen und Netzdienste
School of Computation, Information and Technology
Technische Universität München

Grundlagen Rechnernetze und Verteilte Systeme (IN0010)

Übungsblatt 1

22. April – 26. April 2024

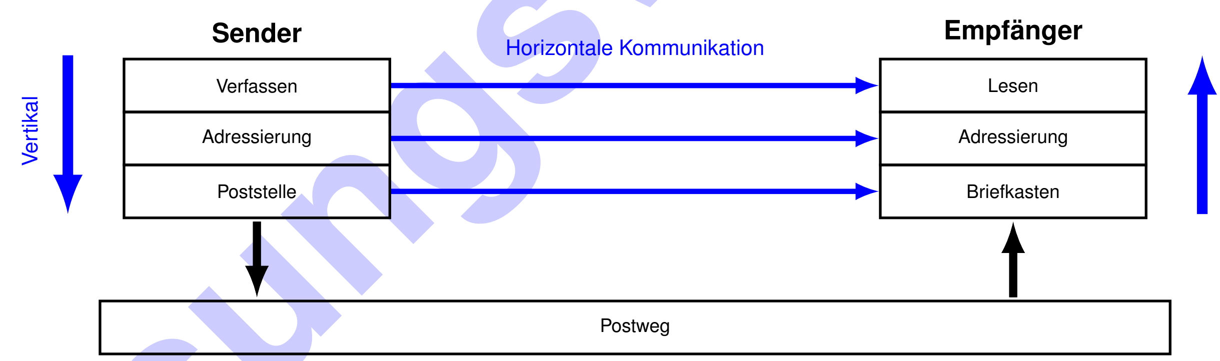
Aufgabe 1 Schichtenmodelle

In dieser Aufgabe soll ein Schichtenmodell aus insgesamt **3 Schichten** entwickelt werden, welches das Verfassen, Versenden, Empfangen und Lesen einer Werbebroschüre beschreibt. Da die meisten Empfänger Werbung nicht lesen, nehmen wir an, dass es sich um die überlebenswichtige Speisekarte des nächstgelegenen Pizzaservice handelt, an der der Empfänger großes Interesse hat.

a)* Handelt es sich bei dem Versand von Werbeunterlagen um eine *bidirektionale* Kommunikation, d. h. wird der Empfänger auf dem Postweg antworten?

Nein. Zwar wird der Empfänger möglicherweise eine Pizza bestellen, diese wird er aber nicht auf dem Postweg ordern. Es handelt sich bei Werbung um eine *unidirektionale* Form der Kommunikation.

b)* Die untenstehende Abbildung dient als Vorlage für das Schichtenmodell. Überlegen Sie sich für die fehlenden Schichten sowie den Übertragungskanal sinnvolle Bezeichnungen und ergänzen Sie diese in der Abbildung.



c) Beschreiben Sie, welche Dienste jede der drei Schichten erbringt.

Sender:

- Verfassen: Werbetext wird zu Papier gebracht (Darstellung der Information in Schriftform)
- Adressierung: Die Broschüre wird in einen Umschlag verpackt, welcher mit der Absender- und Empfängeradresse versehen wird
- Poststelle: Der Brief wird (zusammen mit vielen weiteren) zur Poststelle gebracht und verschickt

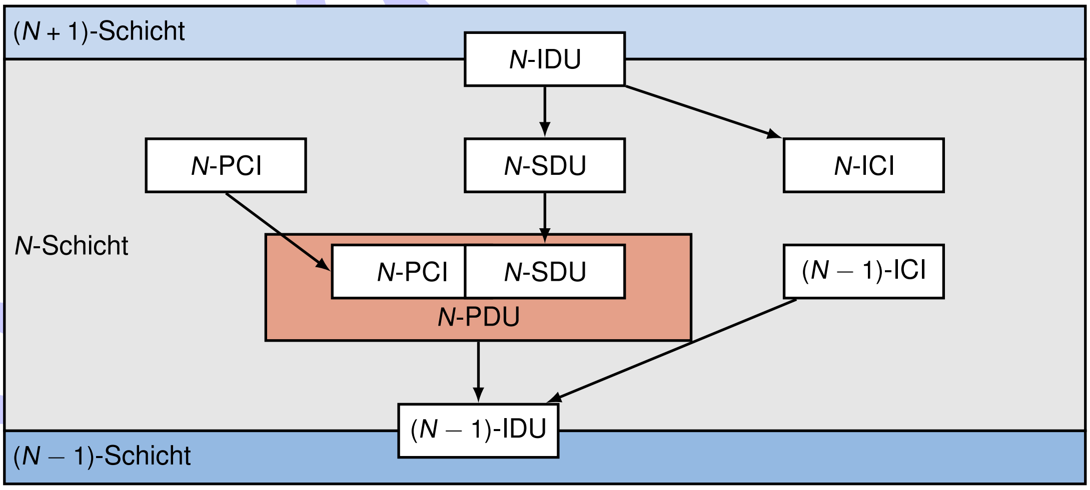
Empfänger:

- Briefkasten: Der Brief wird ausgetragen und in den Briefkasten des Empfängers eingeworfen
- Adressierung: Der Empfänger prüft für gewöhnlich nochmals, ob der zugestellte Brief wirklich an ihn adressiert war, und wird anschließend aus dem Umschlag genommen
- Lesen: Die im Brief enthaltene Broschüre wird gelesen

d) Was versteht man unter *horizontaler* und *vertikaler Kommunikation* im Kontext von Schichtenmodellen? Zeichnen Sie beide Kommunikationstypen in die Abbildung aus Teilaufgabe b) ein.

Vertikale Kommunikation: Kommunikation zwischen Schicht N und $N-1$ den Schichten auf dem jeweiligen System.
Horizontale Kommunikation: Kommunikation zwischen den N-Schichten auf verschiedenen Hosts.

Wir betrachten nun die Schicht 2 etwas näher. Aus der Vorlesung kennen Sie die folgende Abbildung:

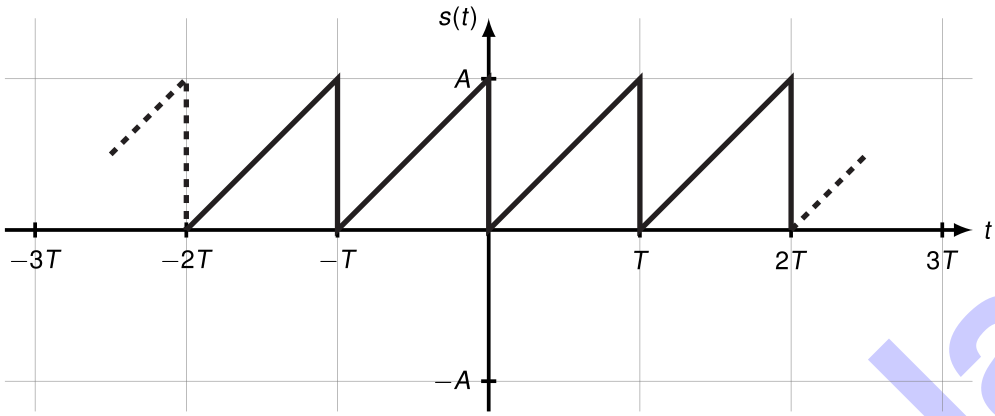


e)* Welche Teile des Briefs entsprechen der PCI (Protocol Control Information), SDU (Service Data Unit) und PDU (Protocol Data Unit) aus Sicht von Schicht 2?

- PCI: Die auf dem Briefumschlag befindliche Adressinformation
- SDU: Die Werbebroschüre selbst, also der Inhalt des Briefs
- PDU: Der verschlossene und beschriftete Brief

Aufgabe 2 Fourierreihe

Gegeben sei das folgende T-periodische Zeitsignal $s(t)$:



a)* Finden Sie einen analytischen Ausdruck für $s(t)$ im Intervall $[0, T]$.

$$s(t) = \frac{t}{T} \cdot A \quad \text{für} \quad t \in [0, T]$$

Hinweis: Siehe Geradengleichung $y = mx + t$ (Schulstoff).

Das Signal $s(t)$ lässt sich als Fourierreihe entwickeln, d. h.

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)\right). \tag{2.1}$$

Die Koeffizienten a_k und b_k lassen sich wie folgt bestimmen:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \cos(k\omega t)\, dt \quad \text{und} \quad b_k = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \sin(k\omega t)\, dt. \tag{2.2}$$

b)* Welcher Koeffizient in Formel (2.1) ist für den Gleichanteil von $s(t)$ verantwortlich?

Der Gleichanteil entsteht ausschließlich durch a_0, denn alle anderen Koeffizienten bestimmen die Amplitude einer Sinus- oder Kosinusschwingung.
Achtung: Gemäß Formel 2.1 ist der Gleichanteil $\frac{a_0}{2}$!

c) Bestimmen Sie rechnerisch den Gleichanteil des Signals $s(t)$.

Aus Formel (2.2) erhalten wir:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \cos(k\omega t)\, dt \overset{k=0}{=} \frac{2}{T} \int_0^T \frac{t}{T} \cdot A\, dt$$

$$= \frac{2}{T} \cdot \frac{A}{T} \int_0^T t\, dt = \frac{2A}{T^2} \cdot \frac{T^2}{2} = A \neq 0$$

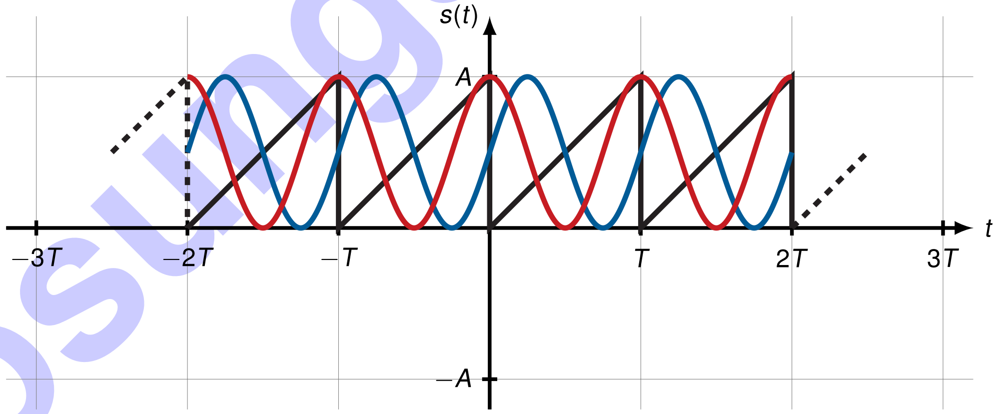
$\Rightarrow$ $s(t)$ besitzt einen Gleichanteil. Dieser beträgt $\frac{a_0}{2} = \frac{A}{2}$.

d)* Hätte man das Ergebnis aus der vorhergehenden Teilaufgabe auch *by inspection* erahnen können?

Ja: Das Signal $s(t)$ nimmt ausschließlich Werte größer Null an. Es kann daher nicht gleichanteilsfrei sein. Aus der Steigung der einzelnen Sägezähne lässt sich leicht erahnen, dass der zeitliche Mittelwert des Signals bei $A/2$ liegen muss.

e)* Bestimmen Sie die Koeffizienten a_k.
Hinweis: Sie benötigen hier keine Rechnung. Vergleichen Sie stattdessen die Symmetrie von $s(t)$ mit einer Kosinus-Schwingung. Kann ein gewichteter Kosinus einen Beitrag zum Gesamtsignal liefern?

Intuitiv
Der Sägezahn $s(t)$ ist in Phase mit einer Sinus-Schwingung: Zu Vielfachen der Periodendauer T besitzt $s(t)$ Nulldurchgänge (den Gleichanteil einmal abgezogen). Dies entspricht genau dem Verhalten einer Sinusschwingung. Falls Sie das nicht sehen, stellen Sie sich den abrupten Pegelwechsel an Vielfachen von T leicht abgeschrägt vor.
Ein kosinus-förmiges Signal hingegen hätte an diesen Stellen stets den Wert ± 1. Da dies allerdings nicht der Form des Sägezahns entspricht, müssen die Kosinus-Anteile entfernt werden. Dies wird durch $a_k = 0, \forall k > 0$ erreicht.
Mathematisch
Da $\sin(x) = -\sin(-x)$ handelt es sich hierbei um eine ungerade (also punktsymmetrische) Funktion. Das Signal $s(t)$ ist, wenn man den Gleichanteil abzieht, ebenfalls punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung (andernfalls ist der Symmetriepunkt lediglich entlang der Ordinate verschoben). Der Kosinus hingegen ist eine gerade bzw. achsensymmetrische Funktion, weswegen er nicht zu $s(t)$ beisteuern kann.
Anschaulich
In der untenstehenden Abbildung sind $s(t)$, $\cos(2\pi t)$ und $\sin(2\pi t)$ eingezeichnet. Man sieht, dass der Sinus bei Vielfachen von π das Signal $s(t)$ genau in seinen Mittelwerten kreuzt, während der Kosinus Extremwerte ungleich $s(k\pi)$ für $k \in \mathbb{Z}$ annimmt.



Von nun an nehmen wir zur Vereinfachung $T = 1$ an.

f)* Bestimmen Sie die Koeffizienten b_k.

Hinweise: $\int_0^1 t\sin(ct)\,dt = \frac{\sin(c) - c\cdot\cos(c)}{c^2}$ und $\omega = 2\pi/T$.

Der Hinweis erspart uns eine partielle Integration. Wir erhalten:

$$b_k = \frac{2}{T}\int_0^T s(t)\sin(k\omega t)\,dt = 2A\int_0^1 t\sin(k\omega t)\,dt \tag{2.3}$$

$$= 2A\cdot\frac{\sin(k\omega) - k\omega\cos(k\omega)}{k^2\omega^2} \overset{\omega=2\pi}{=} -\frac{A}{k\pi} \tag{2.4}$$

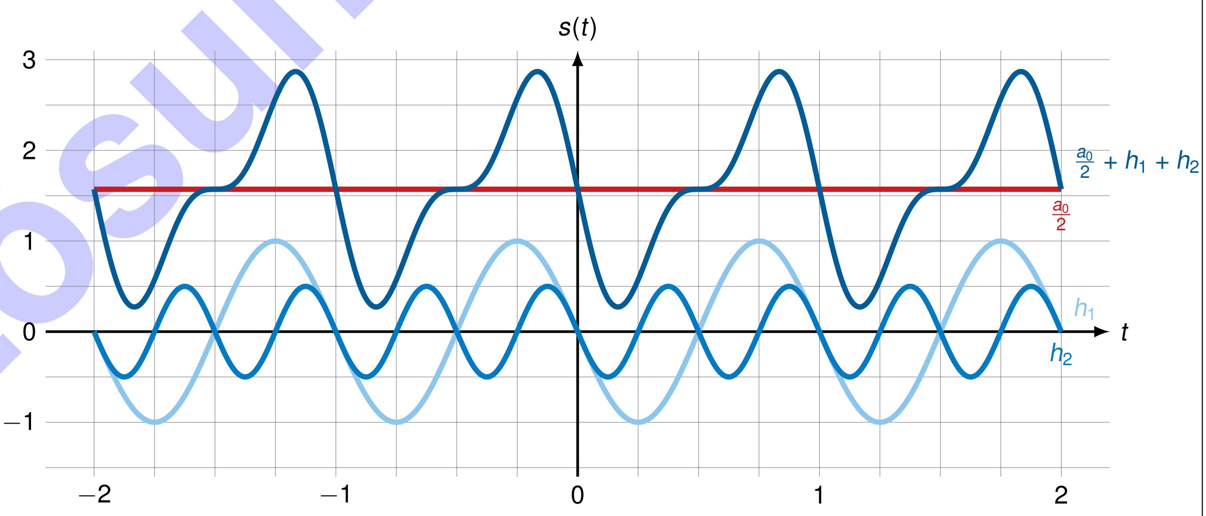
g) Skizzieren Sie mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse den Gleichanteil $a_0/2$, die ersten beiden Harmonischen sowie deren Summe für $A = \pi$ in einem Koordinatensystem.

Für $A = \pi$ erhalten wir:

$$\frac{a_0}{2} = \frac{\pi}{2} \approx 1.6,\; b_1 = -1,\; b_2 = -\frac{1}{2}.$$

Die ersten beiden Harmonischen lauten

$$h_1(t) = b_1\sin(2\pi t) = -\sin(2\pi t), \quad \text{und} \quad h_2(t) = b_2\sin(4\pi t) = -\frac{1}{2}\sin(4\pi t).$$



Aufgabe 3 Daten per LKW (Hausaufgabe)

Um Animationsfilme in München zu fördern wird eine Kooperation zwischen dem Hochleistungsrechenzentrum Garching und den Bavaria-Filmstudios geschlossen. Statt einer Datenleitung sollen LKWs einer Spedition die Daten vom Rechenzentrum in Garching zu den Filmstudios in Grünwald bringen. Um die Stadt nicht zu sehr zu belasten, fahren die LKWs den Weg zwischen Garching und Grünwald über A9 und A99, was einer Distanz von $d = 52\,\text{km}$ entspricht. Im Mittel kann ein LKW die Strecke mit $v = 55\,\text{km/h}$ befahren. Der LKW werde mit einer Rate von $r_{in} = 12\,\text{Festplatte/min}$ beladen und mit einer Rate von $r_{out} = 15\,\text{Festplatte/min}$ entladen. Die Kapazität des LKWs betrage $N = 512\,\text{Festplatte}$. Zur Anwendung kommen Festplatten mit einer Kapazität von $C = 12\,\text{TB}$.

a)* Wie lange dauert das Beladen des LKWs?

$$T_{in} = \frac{N}{r_{in}} = \frac{512\,\text{Festplatte}}{12\,\text{Festplatte/min}} \approx 42.67\,\text{min}$$

b) Wie lange dauert es, bis die Daten beim Filmstudio angekommen und entladen sind?

$$\begin{aligned} T &= T_{in} + T_{trans} + T_{out} = T_{in} + \frac{d}{v} + \frac{N}{r_{out}} \\ &= T_{in} + \frac{52\,\text{km}}{55\,\text{km/h}} \cdot \frac{60}{1}\,\text{min/h} + \frac{512\,\text{Festplatte}}{15\,\text{Festplatte/min}} \\ &\approx 42.67\,\text{min} + 56.73\,\text{min} + 34.13\,\text{min} \approx 133.53\,\text{min} \approx 2\,\text{h}\ 14\,\text{min} \end{aligned}$$

c) Welcher Datenrate r in Gbit/s und GiB/s entspricht dies?

$$T \approx 133.53\,\text{min} \approx 8012\,\text{s}$$

$$C_{ges} = 512\,\text{Festplatte} \cdot 12\,\frac{\text{TB}}{\text{Festplatte}} = 6144\,\text{TB}$$

$$\begin{aligned} r &= \frac{C_{ges}}{T} = \frac{512 \cdot 12 \cdot 8 \cdot 10^{12}\,\text{bit}}{8012\,\text{s}} \approx 6.13\,\text{Tbit/s} \\ &= \frac{C_{ges}}{T}\,\text{bit/s} \cdot \frac{1}{8}\,\text{B/bit} \cdot \frac{1}{2^{30}}\,\text{GiB/B} \approx 714.18\,\text{GiB/s} \end{aligned}$$

d) Angenommen es stehen genug LKWs zur Verfügung, so dass nach 2 min Pause bereits der nächste LKW beladen werden kann. Welche Datenrate r' ist jetzt zu erreichen?

Aus Teilaufgabe a) kennen wir bereits die Zeit T_{in} zum Beladen eines LKW. Wenn nun zwischen dem Beladen der einzelnen LKWs noch zusätzlich eine Pause von 2 min verstreicht, so kann alle $T_{in} + 2\,\text{min}$ ein LKW Garching verlassen. Eben in diesen Zeitabständen erreichen LKWs auch Grünwald. Die Datenrate steigert sich damit auf

$$r\prime = \frac{T}{T_{in} + 2\,\text{min}} \cdot r \approx 18.34\,\text{Tbit/s}.$$

Aufgabe 4 Binärpräfixe (Hausaufgabe)

Der Unterschied zwischen Binärpräfixen und SI-Präfixen sorgt immer wieder für Verwirrung. Das Problem besteht in widersprüchlichen Angaben insbesondere auf Seiten der Betriebssysteme: Häufig wird die Speicherbelegung von Massenspeichern in Binärpräfixen angegeben, obwohl die angegebenen Einheiten SI-Präfixe enthalten.
Ein Beispiel: Sie kaufen eine Festplatte mit einer vom Hersteller ausgewiesenen Kapazität von 3 TB. Im Kleingedruckten auf der Verpackung finden Sie den Hinweis „1 TB = 10^{12} B“. Es handelt sich also klar um SI-Präfixe. Nehmen wir an, das verwendete Betriebssystem rechnet mit Binärpräfixen.

SI-Präfix		Wert	Binärpräfix		Wert
k	(kilo)	10^3	Ki	(Kibi)	2^{10}
M	(Mega)	10^6	Mi	(Mebi)	2^{20}
G	(Giga)	10^9	Gi	(Gibi)	2^{30}
T	(Tera)	10^{12}	Ti	(Tebi)	2^{40}
P	(Peta)	10^{15}	Pi	(Pebi)	2^{50}

Tabelle 4.1: SI-Präfixe und Binärpräfixe im Vergleich

a)* Geben Sie die Kapazität der Festplatte in TiB an.

$$3\,\text{TB} = 3 \cdot 10^{12}\,\text{B} = \frac{3 \cdot 10^{12}}{2^{40}}\,\text{TiB} \approx 2.73\,\text{TiB}$$

b)* Bestimmen Sie für die in Tabelle 4.1 angegebenen Präfixe den prozentualen Unterschied zwischen SI- und Binär-präfixen.

$$\frac{\text{k}}{\text{Ki}} = \frac{10^3}{2^{10}} \approx 97.66\,\% \quad \Rightarrow \quad e = 2.34\,\%$$

$$\frac{\text{M}}{\text{Mi}} = \frac{10^6}{2^{20}} \approx 95.37\,\% \quad \Rightarrow \quad e = 4.63\,\%$$

$$\frac{\text{G}}{\text{Gi}} = \frac{10^9}{2^{30}} \approx 93.13\,\% \quad \Rightarrow \quad e = 6.87\,\%$$

$$\frac{\text{T}}{\text{Ti}} = \frac{10^{12}}{2^{40}} \approx 90.95\,\% \quad \Rightarrow \quad e = 9.05\,\%$$

$$\frac{\text{P}}{\text{Pi}} = \frac{10^{15}}{2^{50}} \approx 88.82\,\% \quad \Rightarrow \quad e = 11.18\,\%$$

Übrigens: Die Angabe von Binärpräfixen ist nur für Byte-Werte üblich. Bitwerte, z. B. kbit oder Mbit, werden ausschließlich mit SI-Präfixen angegeben.

Sehen sie sich die folgenden Youtube-Videos an:

- „Zehn hoch Zehn“ (Originalversion)
  `https://www.youtube.com/watch?v=fJ3e4Egs_sM&t=23s`
- „10 Hoch – Reise durch den Micro- und Makrokosmos“
  `https://www.youtube.com/watch?v=oZ7nEKrG63M&t=637s`

Zur schnellen Bestimmung der Zweierpotenzen 2^i für $i \in \{0, 1, \ldots, 12\}$ sollten Sie keinen Taschenrechner brauchen.